

快速网格去噪声算法

陈韶椿 金小刚 冯结青 彭群生

(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室, 杭州 310027)

摘要 消除网格噪声是构造完美三维模型过程中必不可少的一步。通过把图像处理领域中的双向滤波引入到三维网格上, Fleishman 等虽已提出了一种快速、简单的网格去噪声算法, 但该算法效率较低, 且不够稳定, 为此提出用准柯西函数和泰勒多项式函数取代该算法所采用的高斯函数, 并改进和完善了其中的细节部分, 以使算法的效率和稳定性得到进一步提高。最后还讨论了如何选择合适的参数, 以达到最佳效果的问题。

关键词 网格去噪声 双向滤波 高斯函数 柯西函数

中图法分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2004)11-1320-06

Fast Algorithm for Mesh Denoising

CHEN Shao-chun, JIN Xiao-gang, FENG Jie-qing, PENG Qun-sheng

(State Key Lab of CAD&CG, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

Abstract Mesh denoising is an essential step in creating perfect 3D models. By adopting bilateral filtering from image denoising to 3D mesh denoising, Fleishman *et al.* proposed a simple and fast anisotropic mesh denoising algorithm, which is not efficient or stable enough. For these reasons, this paper proposes to use quasi-Cauchy kernel and Taylor polynomial to replace the Gauss kernel used in bilateral filtering. In the mean time, some of the implementation details are improved. All of these make the algorithm more efficient and stable. At last, the choice of appropriate parameters to achieve best result is demonstrated.

Keywords mesh denoising, bilateral filtering, Gauss kernel, Cauchy kernel

1 引言

双向滤波, 原是图像处理中一种根据局部范围内像素点间几何距离的远近和光度的相似性来调整图像的灰度和颜色, 以降低其对比度, 同时保留图像边界的技术^[1]。Fleishman 等的双向网格降噪^[2]在三维领域沿用了这一思想, 对网格上每个顶点参照其局部邻域内的顶点在顶点法向上进行过滤。这不仅基本消除噪声影响的同时, 保留了模型的外形特征, 而且与同期其他算法相比, 还具有简单、高速、实用等特点。其作为一项刚刚起步的技术, 已经可以看出它潜在的优势。鉴于前人的工作, 本文又细致地补充和完善了该算法的各个细节, 并通过改进滤波核函数而进一步发掘了双向滤波的巨大潜力。

早期的网格去噪声算法多具有较高的空间和时间复杂度, 由于要求极大的计算量, 因而难以在各个领域推广使用。Taubin 参考信号处理上的低通滤波方法, 率先提出了一种只有线性复杂度的噪声过滤算法^[3]。Desbrun 等用隐式函数代替显式函数, 并引入曲率流, 以消除噪声过滤过程中的顶点漂移, 从而使得低通滤波在应用于不规则网格时, 也能以较高的速率稳定收敛^[4]。这两种算法的共同缺点是由于它们是各向同性的, 且无法将噪声与模型本身的特征正确区分开来, 因此它们一般只能作为网格光顺的算法来使用。

与上述算法相对的是各向异性扩散方法^[5,6]。由于该方法仿造物理学热扩散原理, 使网格信号能量在各个方向上非均匀扩散, 从而可达到保留甚至锐化边界的效果, 同时还能够自动保持体积。它适用于

基金项目: 国家自然科学基金项目(60273054, 60340440422); 国家重点“973”基础研究发展计划项目(2002CB312101); 霍英东青年教师基金项目(91069); 教育部博士点基金项目(20020335070)

收稿日期: 2004-06-15; 改回日期: 2004-09-03

任意不规则的网格模型,而且通过合理地选择参数还能够产生高质量的结果,但其代价是需要很长的计算时间。同样可归于扩散性方法一类的还有强统计学预测算法^[7],该算法除了不具有能量守恒的特性外,在其他几个方面的性能也可以与前者相媲美;而基于多分辨率技术的维纳滤波^[8]虽然只适用于半规则网格,但在基本保持网格特征的前提下,其所达到的速度要优于各向异性扩散。本文所研究的双向滤波则在速度上更是优于各向异性扩散。

2 双向网格去噪声

网格所表达的信息可以分解为切向和法向两个正交组成部分,其中前者保存了图形的参数信息,而后者则保存了图形的几何信息^[9]。双向网格去噪声的基本思路是,仅依靠改变网格的几何属性,即只将顶点沿其法向进行移动,就可最终达到去除噪声的目的。

例如,首先定义 S 为无噪声表面,然后对它进行采样就生成了带有多余噪声的网格 M ,其即为本算法处理的对象。 v 是网格上一顶点, d_0 是它到 S 的带符号距离,而 n_0 是 S 上距 v 最近点的法向量。若能求得 d_0 和 n_0 的值,则 $v+d_0 \cdot n_0$ 就是顶点 v 在 S 上的原始位置。然而由于 S 、 d_0 与 n_0 都是未知的,因此在实际去除噪声过程中可用 v 相对于 M 的法向量 n 来近似 n_0 ,以及用 d 来近似 d_0 ,即可得到以下更新后的顶点位置:

$$\hat{v} = v + d \cdot n \quad (1)$$

这就是单个顶点上的一维噪声过滤公式。在本算法的每一次迭代过程中,需要依次计算网格上每个顶点所对应的空间距离 d ,并使用此公式更新顶点位置。

图像处理中,单个像素点 u 的双向滤波公式为

$$\hat{I}(u) = \frac{\sum_{p \in N_u} W_{\sigma_c}(\|p-u\|) W_{\sigma_h}(|I(p)-I(u)|) I(p)}{\sum_{p \in N_u} W_{\sigma_c}(\|p-u\|) W_{\sigma_h}(|I(p)-I(u)|)} \quad (2)$$

(符号含义可参见文献[2])

仿照上式,就可构造出式(1)中 d 的以下计算方法:设 S_v 为无噪声表面 S 上最接近于顶点 v 的连接部分,并用 v 的切平面 (v, n) 作为 S_v 的一阶近似值,而以顶点 v 为中心的邻域 N_v 则是与 v 的距离小于某个指定半径的顶点集合,即 $N_v = \{q | q \in M, t_q = \|q-v\| < \sigma_c\}$ 。若用 $h_q = \langle n, q-v \rangle$ 表示 N_v 内各顶点相对于 (v, n) 平面的高度,并与式(2)中像素点 p

的灰度值 $I(p)$ 相对应,于是就得到了下式:

$$d = \frac{\sum_{q \in N_v} W_{\sigma_c}(t_q) W_{\sigma_h}(h_q) h_q}{\sum_{q \in N_v} W_{\sigma_c}(t_q) W_{\sigma_h}(h_q)} \quad (3)$$

在式(3)中,加权因子 W_{σ_c} 与 W_{σ_h} (下角 s 为 standard 缩写)是本算法能够有效实现的关键,可称 $W_{\sigma_c}(t_q)$ 为接近度光顺滤波器,其作用是给予距离顶点 v 较近的点更高的权重;称 $W_{\sigma_h}(h_q)$ 为相似度权函数,其作用是牺牲 h_q 波动较大的区域(即平滑噪声区域),同时保留波动较小的区域(即保持模型原有特征)。

2.1 核函数的改进

Fleishman 等延续了图像双向滤波的做法,在他们的双向网格去噪声算法中选用改良过的高斯分布函数 $k(r) = e^{-r^2/2}$ 来计算邻域半径 σ_c 和标准差 σ_h 的加权因子:

$$W_{\sigma_c}(t_q) = \exp(-t_q^2/2\sigma_c^2) \quad (4)$$

$$W_{\sigma_h}(h_q) = \exp(-h_q^2/2\sigma_h^2) \quad (5)$$

其中,式(4)中的 σ_c 为顶点 v 邻域 N_v 的半径,式(5)中的 σ_h 为 N_v 内所有 h_q 值的标准差;两式中的 t_q/σ_c 、 h_q/σ_h 分别对应于高斯分布函数中的 r 。从曲线图中可以看出,中心点 v 处的 W_{σ_c} 和 W_{σ_h} 都为最大值 1。对邻域内的顶点 q , W_{σ_c} 随着 q 与 v 距离的减小而增大, W_{σ_h} 随着 q 与 (v, n) 距离的减小而增大。若邻域内各点的 h_q 相差不大(即 σ_h 很小),则认为该邻域内网格特征占主导地位,此时 W_{σ_c} 较大,这样特征就得到了保留;若 h_q 相差很大(σ_h 很大),则认为该邻域内噪声占主导地位,此时 W_{σ_h} 较大,这样算法的去噪声能力也大大增强了。

综上所述,一个适用于计算双向网格去噪声算法中加权因子的核函数 $k(r)$ 应该符合以下几点要求:(1) 连续、光滑;(2) 当 $r < 0$ 时,单调递增, $r > 0$ 时,单调递减;(3) 在距离中心点一定距离之外,其值减小到可以忽略的程度(但不能等于零,否则可能导致式(3)的除数为零),且在此时斜率接近于零。同时由于这是整个算法中唯一需要用到 t_q 的地方,若 $k(r)$ 中只含有 r 的偶次方项,则可以将 t_q^2 直接作为参数输入,这样由于省去了一次开根号计算,从而提高了效率。高斯分布函数就是符合上述条件的经典核函数之一,但由于它是非线性的,其在众多可供选择的核函数中是效率相对较低的一种,因此本文考虑选择一个更为高效的核函数来代替高斯函数。

下面是给出的两个候选函数:

(1) 准柯西函数

$$k(r) = 1/(1 + s^2r^2)^2 \quad (6)$$

其原型来自于柯西分布函数 $\frac{1}{\pi} \frac{1}{1+r^2}$ 。Sherstyuk 改造了该函数,使它在形状上更加贴近高斯分布^[10],其中 s^2 可用于调整函数宽度。研究表明,准柯西函数在解析卷积曲面造型中具有重要价值^[11]。在本文中,取 $s^2 = \pi/8$,使得准柯西函数在 $(-\infty, +\infty)$ 内,并对 r 的积分值与高斯函数的积分值相等。准柯西函数简化后的形式为

$$k(r) = 6.484\ 555\ 8/(2.546\ 479\ 1 + r^2)^2 \quad (7)$$

(2) 泰勒多项式

$$k(r) = 1/(1+r^2/2+r^4/8+r^6/48+r^8/384) \\ = 384/(384+r^2 \times (192+r^2 \times (48+r^2 \times (8+r^2)))) \quad (8)$$

这是高斯分布函数在 $r^2=0$ 处具有 4 阶精度的泰勒展开式。由于上式中的第 2 步对其进行了形式调整,从而减少了实际的计算步骤。

从图 1 看,准柯西函数比高斯分布函数显得略“窄”,其收敛于零的速度也稍慢一点。由于泰勒多项式与高斯分布函数的形状十分接近,在图示范围内几乎无法区分,因此不再作图表示。图 2、图 3 分别是上述核函数作用于马模型和人脸模型时的效果对比。可以看到,在运行参数相同的情况下,这 3 个核函数在形状上的偏差并没有给它们的运行结果带来明显的区别。通过测试大量实例也进一步证实了这一点。

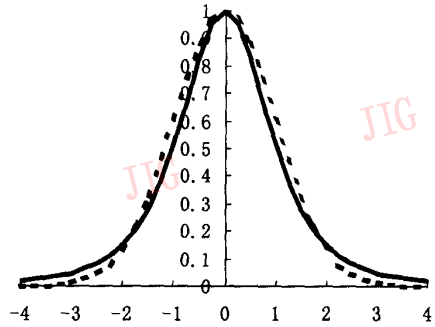
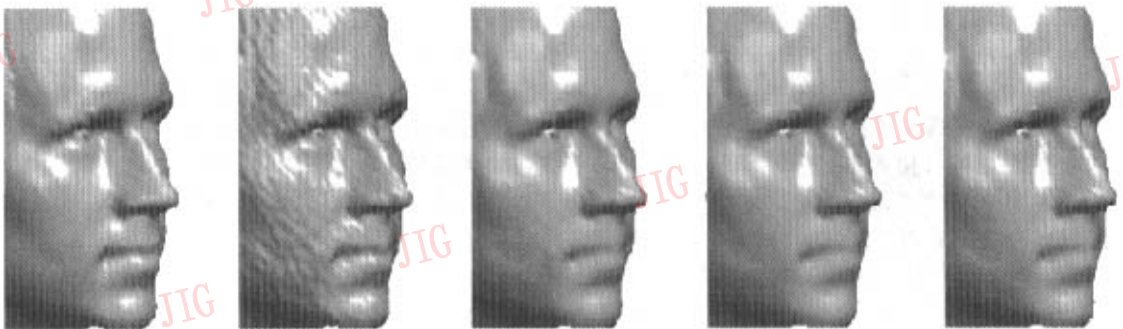


图 1 准柯西函数(实线)与高斯分布(虚线)曲线



(a) 带噪声模型 (b) 高斯分布函数的处理结果 (c) 准柯西函数的处理结果

图 2 准柯西函数与高斯分布函数对马模型处理结果的比较



(a) 无噪声网格 (b) 带噪声网格 (c) 高斯方法 (d) 准柯西方法 (e) 泰勒方法

图 3 人脸模型使用 3 种核函数作为加权函数的去噪声效果对比(3 种方法运行时的参数皆为 $\sigma_s=0.15, 3$ 次迭代)

表 1 与表 2 分别统计了本文所列举 3 种核函数的步骤与运行速度(其中表 2 的速度统计所使用的模型分别为图 2 的马模型,图 3 的人脸模型,以及图 4

的怪兽模型)。正如表 1 及表 2 所示,在前面所述 3 种核函数中,由于准柯西函数的效率是最高的,因此它是快速网格去噪声算法的最终选择。



图 4 怪兽模型(头部)处理前后的效果对比

表 1 3 种核函数的步骤比较

核函数	浮点操作			特殊操作	排序
	×	/	+		
高斯分布函数	1		1	exp	3
准柯西函数	1	1	1		1
泰勒多项式	3	1	4		2

表 2 3 种核函数的速度比较(不计 n^2 的计算)

网格模型	核函数耗时(ms)		
	高斯	准柯西	泰勒
马	105.5	30.0	56.7
人脸	16.7	4.6	10.0
怪兽	88.0	24.0	56.2

2.2 调整顶点法向

由于在双向网格去噪声算法中,是采用顶点 v 的切平面 (v, n) 来近似 S , 因此顶点法向 n 需要有一个合理的取值, 以使得近似面既能让网格光顺化, 又不会破坏网格的原有特征。本文的做法是, 将与顶点 v 相邻的第 1 圈三角形网格面的法向量, 根据各个三角形的面积取加权平均值, 并以此作为顶点 v 的法向量。

顶点的法向量并不是一成不变的, 因为在使用公式(3)处理整个网格一周期之后, 网格上的每个顶点都在其法向上作了不同程度的移动, 也即每个网格面的法向都发生了变化。若在此时没有及时调整网格顶点的法向量, 则在下一个周期顶点就不会沿其真正的法向方向移动, 这就极大地影响了去噪声的效果。

本文的算法在每个迭代周期结束前都会重新计算所有顶点的法向量。由于对一个网格模型的去噪声处理一般要经过多次迭代, 且在迭代的每个周期网格顶点移动的方向是不一致的, 因此就必然存在顶点飘移问题。尽管顶点飘移是降低网格规则度的

主要因素之一, 不过在本算法中, 由于两次迭代之间顶点法向实际改变的程度十分小, 因此对规则度产生的影响也可忽略不计。

2.3 体积保持

大家知道, 由于基于局部邻域的去噪声技术往往会导致网格模型的收缩, 本算法也不例外, 因此每个迭代周期结束前所必须做的第 2 件事就是用体积保持方法来抵消收缩带来的影响。当然, 大多数情况下, 由于本算法施用的对象并不是闭合的, 这就要求给予“体积”一种特殊的定义。本文沿用了 Desbrun 等的计算公式

$$V = \frac{1}{6} \sum_{m \in M} o_m \cdot A_m \quad (9)$$

在上式中, m 是网格模型上的一个三角形面, $o_m = (v_1^{(m)} + v_2^{(m)} + v_3^{(m)})/3$ ($v_1^{(m)}, v_2^{(m)}, v_3^{(m)}$ 分别表示三角形 m 的 3 个顶点), $A_m = \frac{1}{2} |v_1^{(m)} v_2^{(m)} \times v_2^{(m)} v_3^{(m)}|$, 也就是说, 这里计算的网格体积, 实际上是以网格上所有三角形面为底、以三维坐标系原点为顶的三角锥的体积和。这样在载入模型时, 应首先计算并记录其初始体积 V_0 , 然后在第 n 次去噪声步骤完成时, 模型就有了一个 n 次去噪后的体积 V_n ; 最后将每个网格顶点位置乘以因数 $\beta = (V_0/V_n)^{1/3}$ 便可使模型恢复到原先的体积。

如前所述, 体积保持需要对网格面和网格顶点先后进行一次遍历, 其中遍历网格面较为耗时, 这是由于这个过程中在每个面上都要进行一次叉乘运算, 而面的数量一般又多于顶点数, 且调整顶点法向也要在每个面上作叉乘运算(计算其法向), 因此本文就利用这一点使算法效率得到些许提升, 即通过合并 2.2 与 2.3 节中所述两步, 在调整顶点法向的

同时计算网格模型的体积。

3 运行结果

本文不仅实现了前面描述的快速网格去噪声算法,并且在表 3 中归纳了运行结果。本论文中所列的运行时间全部是在 850MHz AMD Duron 处理器、256MB 内存环境下测试得到的。

表 3 本论文所有网格模型的运行时间统计

网格模型	顶点数 (k 个)	平均边长	图示	σ_c	迭代次数	总耗时 (s)
马	19.9	0.083	图 2(c)	0.11	3	3.122
人脸	7.0	0.145	图 3(d)	0.15	3	0.441
怪兽	19.1	0.088	图 4	0.09	3	2.578
			图 5(a)	0.24	1	0.473
兔子	12.5	0.202	图 5(b)	0.24	2	0.918
			图 5(c)	0.48	1	0.790
			图 5(d)	0.48	2	1.540
乌龟	6.7	0.186	图 6	0.10	2	0.272

本算法在实际应用过程中产生的效果,很大程

度上取决于用户输入的两个参数(邻域半径 σ_c 和迭代次数)。图 5 显示了参数不同对本文算法去噪声效果的影响。正如表 3 所示,兔子模型的平均边长为 0.202,图 5(b)消耗的总时间与图 5(c)相近,而从图上看,前者的去噪声效果要明显好于后者。也就是说,邻域半径越小,单个去噪声迭代的周期越短,选择小邻域、多迭代和大邻域、少迭代会产生类似的效果。从图 5(d)可以看到,随着迭代次数的增加,使用大邻域的模型容易变得过分光滑。这是由于邻域大时,处理单个网格顶点所参照的点较多的缘故。由于双向网格去噪声算法基于的是局部邻域,因此当邻域大到超出“局部”的范围,就会涉及不相干的点,也就会导致致命的失真问题(见图 5(d)兔子的耳朵部位),这也正是推荐不使用大邻域半径的原因之一。经过多次实验,笔者认为, σ_c 取略大于网格平均边长,迭代次数取 2~3 次时,去噪声和保持特征的效果为最好。如果噪声强度相对于网格上的特征来说显得非常强,也可以取稍大一点的半径,但一般情况下,不宜超过网格平均边长的两倍。

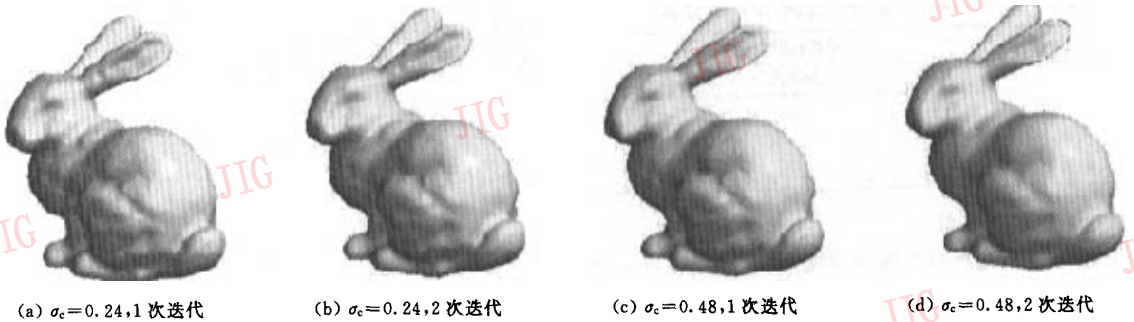


图 5 选择不同邻域半径和迭代次数得到的兔子模型

图 6 为去噪声处理中遇到的一种特殊情况,即网格不均匀的情况。从放大后的网格轮廓线可以看出,乌龟眼珠部位的网格要比背部密集许多

(图 6(c))。该模型的平均边长为 0.186,而本文仅取 $\sigma_c = 0.1$ 进行去噪声处理。根据前面的分析,这种远小于平均边长的邻域半径应该不会产生效果,从模

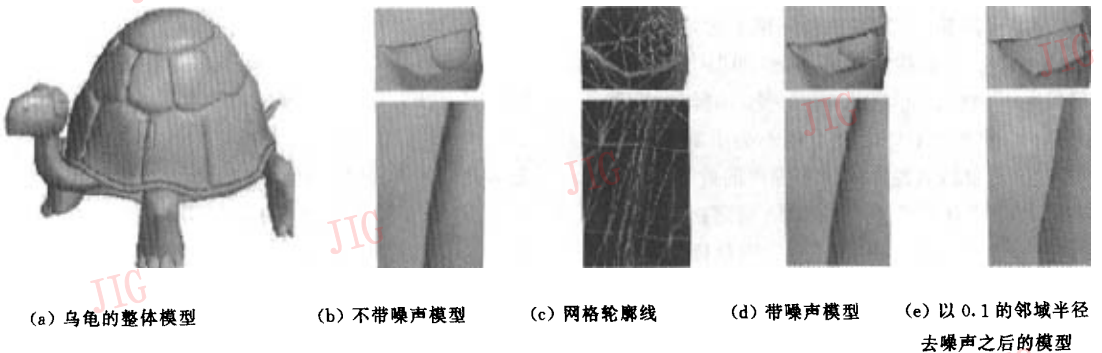


图 6 乌龟整体模型及其眼部(上)、背部(下)放大图

型背部上来看,也的确如此,然而对于眼球部位网格,由于这样的半径还是过大了,所以采用这样的半径处理之后乌龟的眼珠“消失”了。目前本文的算法尚没有特别针对此类问题的解决办法,但通常可先将网格模型根据其疏密程度分成多个部分,然后对每个部分分别使用不同的半径进行去噪声处理,最后再将它们组合成一个整体。

4 结 论

在研究现存双向滤波技术的基础上,本文改良了其关键步骤,并对算法各个细节做了许多有利补充,最终实现了一种快速的网格去噪声算法。在去噪声效果丝毫不逊色于同时期其他类型算法的前提下,本算法具备了极快的速度,因而有极高的实用价值。

参 考 文 献

- Tomasi C, Manduchi R. Bilateral filtering for gray and color images[A]. In: Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV) [C], Bombay, India, 1998: 839~846.
- Fleishman S, Drori I, Cohen-Or D. Bilateral mesh denoising [J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2003, 22(3): 950~953.
- Taubin G. A signal processing approach to fair surface design [A]. In: Proceedings of the 22nd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques [C], Los Angeles, CA, USA, 1995: 351~358.
- Desbrun M, Meyer M, Schröder P, et al. Implicit fairing of irregular meshes using diffusion and curvature flow[A]. In: Proceedings of the 26th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques [C], Los Angeles, CA, USA, 1999: 317~324.
- Bajaj C L, Xu G. Anisotropic diffusion of surfaces and functions on surfaces[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2003, 22(1): 4~32.
- Clarenz U, Diewald U, Rumpf M. Anisotropic geometric diffusion in surface processing[A]. In: Proceedings of IEEE Visualization 2000[C], Salt Lake City, Utah, USA, 2000: 397~405.
- Jones T R, Durand F, Desbrun M. Non-iterative, feature-preserving mesh smoothing[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2003, 22(3): 943~949.
- Peng J, Strela V, Zorin D. A simple algorithm for surface denoising[A]. In: Proceedings of IEEE Visualization 2001[C], San Diego, CA, USA, 2001: 107~112, 548.
- Guskov I, Sweldens W, Schröder P. Multiresolution signal processing for meshes[A]. In: Proceedings of the 26th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques [C], Los Angeles, CA, USA, 1999: 325~334.
- Sherstyuk A. Kernel functions in convolution surfaces: a comparative analysis[J]. The Visual Computer, 1999, 15(4): 171~182.
- Jin Xiaogang, Tai Chiew-Lan, Feng Jieqing, et al. Convolution surfaces for line skeletons with polynomial weight distributions [J]. Journal of Graphics Tools, 2001, 6(3): 17~28.

陈韶椿 1983年生,2004年获浙江大学计算机专业学士学位,现为浙江大学计算机应用技术专业硕士研究生。主要研究方向为计算机图形学。

E-mail: Vernal.Chen@163.com

Vernal.Chen@hotmail.com



金小刚 1969年生,研究员,博士生导师。1995年获浙江大学计算几何与图形学专业博士学位,现为浙江大学CAD&CG国家重点实验室固定研究人员。主要研究方向为计算机图形学和计算机动画。

E-mail: jin@cad.zju.edu.cn



冯青霄 1970年生,研究员,1997年获浙江大学计算机图形学专业博士学位,现为浙江大学CAD&CG国家重点实验室研究人员。主要研究方向为几何造型、计算机动画、科学数据可视化。



彭群生 1947年生,教授,博士生导师。1983年获英国东安格利亚大学计算专业博士学位,现在浙江大学任教。主要研究领域为真实感图形、虚拟现实、红外成像仿真、基于点的造型与绘制、科学计算可视化等。

